

Küme Kavramı

Elemanları iyi tanımlanmış ve herkes tarafından aynı şekilde anlaşılan birbirinden farklı nesnelere topluluğuna **küme** denir.

Bu tanımdaki “nesne” soyut da olabilir somut da. Fakat ne olursa olsun **iyi tanımlanmış** olan bir şeyi, bir eşyayı ifade eder.

Kümeler genellikle A, B, C gibi büyük harflerle isimlendirilir.

“Sınıfımızdaki sesi güzel olan öğrenciler” cümlesi iyi tanımlı olmadığı için **küme belirtmez**. Çünkü sesin güzelliği kişilere göre değişiklik gösterir. Biri için sesi güzel olan bir öğrenci başka biri için güzel olmayabilir.

“Türkiye'nin bazı illeri” bir **küme belirtmez**. Bu illerin hangi iller oldukları belirgin değildir.

“Türkiye'nin gölleri”, “çift sayılar” ifadelerindeki nesnelere herkes tarafından kolaylıkla anlaşılabilir, belirgin oldukları, kısaca iyi tanımlı oldukları açıktır. Dolayısıyla bu ifadelerin her biri bir küme belirtir.

Eleman Kavramı, Eleman Sayısı

Bir kümeyi oluşturan nesnelere her birine o kümenin **elemanı** denir.

x nesnesi A kümesinin elemanı ise $x \in A$ biçiminde yazılır ve “**x elemanıdır A**” şeklinde okunur.

x nesnesi A kümesinin elemanı değilse $x \notin A$ biçiminde yazılır ve “**x elemanı değildir A**” şeklinde okunur.



- Kümede, her bir eleman bir defa yazılır.
- Elemanların yer değiştirmesi kümeyi değiştirmez.
- A kümesinin elemanlarının sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

Örnek .. 1

8, tam sayılar kümesinin bir elemanı olduğundan $8 \in \mathbb{Z}$ şeklinde yazılır. (\mathbb{Z} : Tam sayılar kümesi.)

Örnek .. 2

$\frac{3}{4}$ sayısı doğal sayılar kümesinin bir elemanı olmadığından

$\frac{3}{4} \notin \mathbb{N}$ şeklinde yazılır. (\mathbb{N} : Doğal sayılar kümesi.)

Kümelerin Gösterimi

Herhangi bir kümenin gösterimi 3 farklı yöntemle olur:

- Liste yöntemi
- Venn Şeması yöntemi
- Ortak özellik yöntemi

Liste Yöntemi

{ } biçimindeki bir parantez içine sıra gözetilmeksizin, kümenin elemanlarının birbirinden virgülle ayrılarak yazılmasına **liste yöntemiyle gösterme** denir.

Bu yöntemde kümenin her elemanı herhangi bir sıra gözetilmeksizin bir defa yazılır.

Örnek .. 3

“Haftanın p harfi ile başlayan günleri” kümesi A ile isimlendirilirse bu küme liste yöntemiyle

$A = \{\text{pazar, pazartesi, perşembe}\}$ olur.

A kümesinin 3 tane elemanı olduğundan $s(A) = 3$ tür.

Örnek .. 4

$T = \{a, b, 1, \{3\}\}$ kümesinin eleman sayısını bulalım:

T kümesi a, b, 1 ve {3} elemanlarından oluşur. Kümenin her bir elemanının virgül (,) ile ayrıldığına dikkat ediniz.

Buna göre, T kümesi 4 elemanlı olduğundan, $s(T) = 4$ tür.

Örnek .. 16

$M = \{x \mid x + 6 = 0, x \in \mathbb{N}\}$ kümesini inceleyelim:

$x + 6 = 0$ ise $x = -6$ dir. -6 negatif bir tam sayı olup bir doğal sayı değildir. Böylece M kümesinin elemanı yoktur yani $s(M) = 0$ dir.

Bu durumda, $M = \emptyset$ veya $M = \{ \}$ şeklinde gösterilir.

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları eleman kabul eden kümeye “**evrensel küme**” diyoruz. Evrensel küme genellikle “**E**” sembolü ile gösterilir.

Evrensel küme sabit bir küme değildir.

Örnek .. 17

$$A = \{a, b\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümelere için evrensel küme A ve B nin tüm elemanlarını eleman kabul eden kümedir. Buna göre, evrensel küme $E = \{a, b, 1, 2, 3\}$ veya $E = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$ kümesi olabilir.

Fakat $\{a, 1\}$ kümesi A ve B kümelere için evrensel küme değildir. Çünkü bu kümede $b, 2, 3$ elemanları yoktur.

Örnek .. 18

Doğal sayılar kümesi $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ biçimindedir.

Tam sayılar kümesi $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ biçimindedir.

\mathbb{N} kümesinin bütün elemanlarının içinde bulunduğu herhangi bir küme \mathbb{N} kümesi için evrensel küme olacağından, \mathbb{N} kümesi için \mathbb{Z} (tam sayılar kümesi) evrensel küme olabilir.

Sonlu Küme, Sonsuz Küme

Sonlu sayıda elemana sahip olan kümelere yani eleman sayıları doğal sayı ile ifade edilebilen kümelere **sonlu küme** denir.

Elemanları sayılamayacak çoklukta olan (doğal sayı ile ifade edilemeyen) kümelere **sonsuz küme** denir.

Örnek .. 19

$F = \{x \mid 4 < x \leq 10, x \text{ tek sayı}\}$ kümesini inceleyelim:

$(4 < x \leq 10$ ve x tek sayı) koşulunu sağlayan sayılar; $5, 7$ ve 9 dur. Buna göre, F kümesinin elemanları; $5, 7$ ve 9 dur.

$F = \{5, 7, 9\}$ ise $s(F) = 3$ olduğundan F kümesi sonlu kümedir.

Örnek .. 20

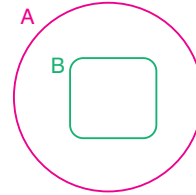
$H = \{x \mid x > -3 \text{ ve } x \text{ tam sayı}\}$ kümesini inceleyelim:

$(x > -3$ ve x tam sayı) koşulunu sağlayan sayılar; $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ şeklindedir.

$H = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ olduğundan H kümesinin elemanlarını sayarak bitiremeyiz. Çünkü -3 ten büyük sonsuz tam sayı vardır. Bu durumda, H kümesi sonsuz bir kümedir.

Alt Küme

A ve B herhangi iki küme olsun. B kümesinin her elemanı aynı zamanda A kümesinin de elemanı ise B kümesine A kümesinin “**alt kümesi**” denir ve $B \subset A$ veya $B \subseteq A$ şeklinde gösterilir. B kümesi A kümesinin alt kümesi ise A kümesi B kümesini “**kapsar**” da deriz ve $A \supset B$ veya $A \supseteq B$ gösterimlerinden birini kullanırız.



Bu kümelerin Venn şemasıyla gösterimi yandaki şekilde verilebilir.

Bu kitapta genel olarak, alt küme sembolü olarak \subset ve kapsama sembolü olarak \supset kullanacağız.

Eğer A kümesinin en az bir elemanı, B kümesinin elemanı değilse, A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir.

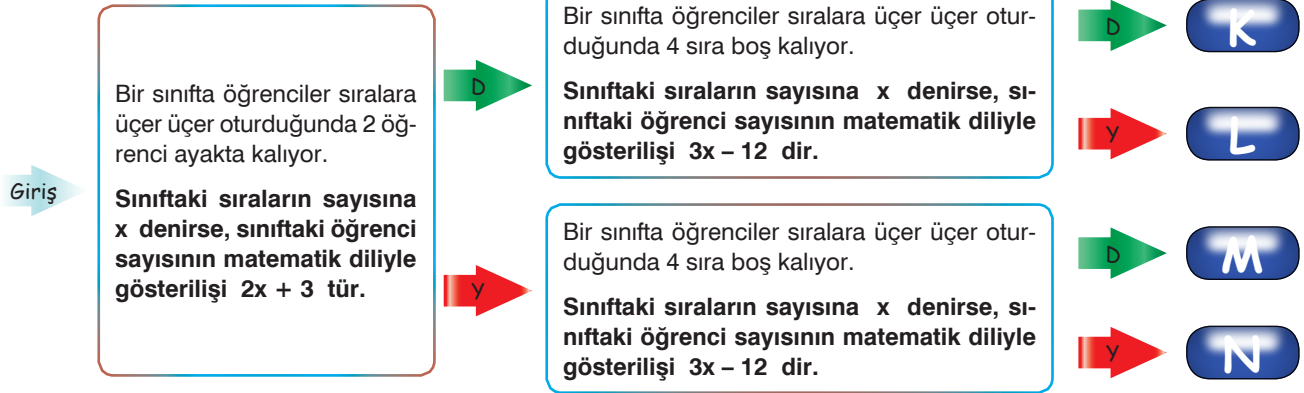
Bu durumu $A \not\subset B$ gösterimi ile ifade ederiz.

**BEST
BİLGİ**



1) ŞANSLI KUTUM

Şekildeki etkinlikte, girişten başlanarak, kutu içinde verilen bilgi doğru ise “D”, yanlış ise “Y” yolu takip ediliyor. Tüm değerlendirmeler doğru yapıldığında K, L, M, N kutularından hangisine ulaşılır?



2) BULMACA

Aşağıdaki soruların cevaplarını yazıyla yazınız. Birden fazla kelimedenden oluşan sayılar ayrı yazılır, ama siz burada bitişik yazınız. Örneğin iki yüz değil İKİYÜZ biçiminde.

- a. Ayla'nın arkadaşları sayısı $(5m - 3)$ dir. Ayla arkadaşlarını doğum günü için davet ediyor. $(2m + 7)$ tanesini bu davete geliyor, $(m + 4)$ tanesi müsait olmadığı için gelemiyor.

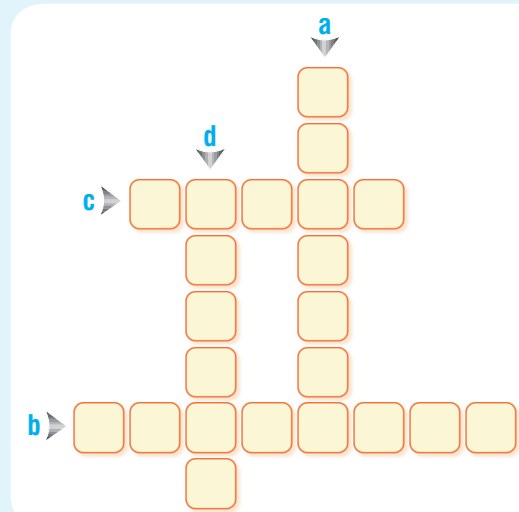
Buna göre, Ayla'nın arkadaşlarının sayısı kaçtır?

- b. Hangi sayının 95 katı, aynı sayının 92 katından 75 fazladır?

- c. x in 3 katının 8 fazlası, x in 2 eksisinin 5 katına eşit olduğuna göre, x kaçtır?

- d. Bir merdivenin basamaklarını; 1 er 1 er çıkıp 2 şer 2 şer inen bir kişinin, çıkarken attığı adım sayısı inerken attığından 7 fazladır.

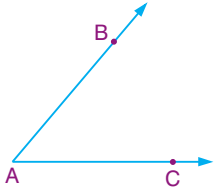
Buna göre, bu kişi çıkışta kaç adım atmıştır?



Her bilim dalının terimleri vardır. Geometride ışın, açı, üçgen gibi birçok terim öğreneceğiz. Günümüzde geometride kullandığımız pek çok terim, Atatürk tarafından türetilmiştir. Atatürk, Geometri öğretiminde, kullanılan kelimelerden kaynaklanan zorlukları görmüş ve 1936-1937 yıllarında bugün kullanmakta olduğumuz yeni terimler ile 44 sayfalık bir geometri kitabı yazmıştır. Bu kitaptan önce geometride örneğin, açı yerine zaviye, üçgen yerine müselle, dikdörtgen yerine mustatil kullanılıyordu.

AÇILAR

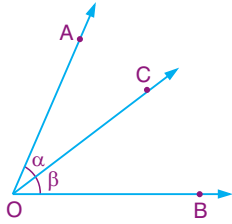
Düzlemde, uç noktaları ortak olan iki ışının birleşimine açı denir.



Uç noktaları A olan
[AC ve [AB ışınlarının birleşimi
 \widehat{BAC} veya \widehat{CAB} açısıdır.

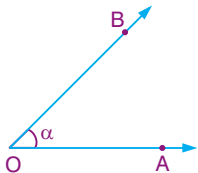
Komşu açılar

Köşeleri ve birer kenarları ortak olan, fakat hiç ortak iç noktası olmayan iki açıya komşu açılar denir.



Şekildeki,
 \widehat{BOC} ve \widehat{COA} açıları komşu
açılardır.

Açının Ölçüsü

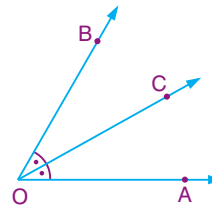


Şekildeki \widehat{AOB} açısının ölçüsü,
 $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ veya
 $m(\widehat{O}) = \alpha$
şeklinde gösterilir.

BEST
BİLGİ

Tam bir çember yayını gören merkez açının ölçüsü derece cinsinden 360° dir.

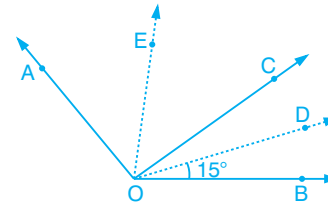
Açıortay



açıortayı denir.

Yandaki şekilde,
C noktası, AOB açısının
iç bölgesinde olmak üzere;
 $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$ ise,
OC ışınına, AOB açısının

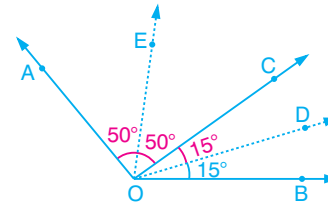
Örnek .. 1



Şekilde \widehat{BOC} ve \widehat{COA}
komşu açıları veriliyor.
[OD, \widehat{BOC} açısının
[OE, \widehat{COA} açısının
açıortayıdır.

$m(\widehat{BOD}) = 15^\circ$ ve $m(\widehat{DOE}) = 65^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{AOC})$
açısını bulalım.

Çözüm



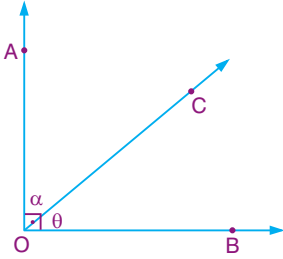
[OD, açıortay olduğundan,
 $m(\widehat{COD}) = m(\widehat{BOD}) = 15^\circ$
dir.
 $m(\widehat{EOC}) = 65^\circ - 15^\circ$
 $m(\widehat{EOC}) = 50^\circ$ olur.

[OE, açıortay olduğundan,
 $m(\widehat{AOC}) = 2 \cdot 50^\circ$
 $m(\widehat{AOC}) = 100^\circ$ olur.

BULMACA

Aşağıdaki soruların cevaplarını yazıyla yazınız. Birden fazla kelimedenden oluşan sayılar ayrı yazılır, ama siz burada bitişik yazınız. Örneğin iki yüz değil İKİYÜZ biçiminde.

a.



$$m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{AOC}) = \alpha$$

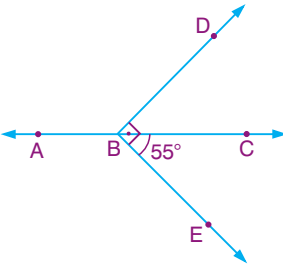
$$m(\widehat{COB}) = \theta$$

$$5\alpha = 4\theta$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{AOC}) = \alpha$ kaç derecedir?

b.



A, B, C doğrusal

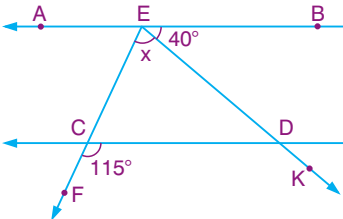
$[BD \perp [BE$

$$m(\widehat{EBC}) = 55^\circ$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

c.



$AB \parallel CD$

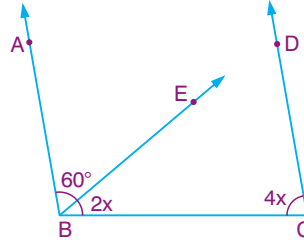
$$m(\widehat{FCD}) = 115^\circ$$

$$m(\widehat{BEK}) = 40^\circ$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{FEK}) = x$ kaç derecedir?

d.



$[BA \parallel [CD$

$$m(\widehat{ABE}) = 60^\circ$$

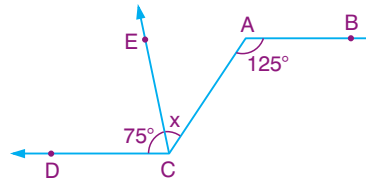
$$m(\widehat{EBC}) = 2x$$

$$m(\widehat{BCD}) = 4x$$

olduğuna göre,

x kaç derecedir?

e.



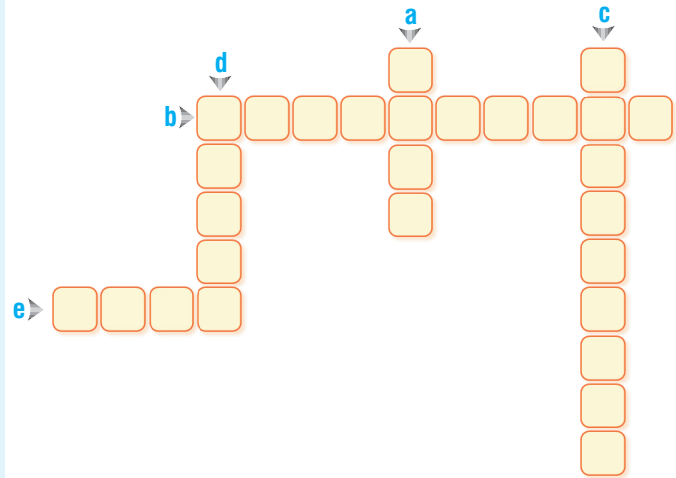
$[AB \parallel [CD$

$$m(\widehat{CAB}) = 125^\circ$$

$$m(\widehat{DCE}) = 75^\circ$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ECA}) = x$ kaç derecedir?



Çözüm

ADC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden,

$$7 - 4 < x < 7 + 4$$

$$3 < x < 11 \text{ olur.}$$

Aynı zamanda ABD bir ikizkenar üçgen olduğundan taban açıları birer dar açıdır ve \widehat{ADC} açısı geniş açıdır.

Bu durumda $7^2 + 4^2 < x^2$ olmalıdır.

$$49 + 16 < x^2$$

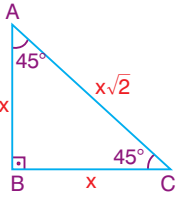
$$65 < x^2 \text{ olur.}$$

$$8^2 = 64 \text{ olduğundan,}$$

$$8 < x \text{ olmalıdır.}$$

Sonuç olarak $8 < x < 11$ olacağından

x ; 9 ve 10 olmak üzere iki farklı tam sayı değeri alabilir.

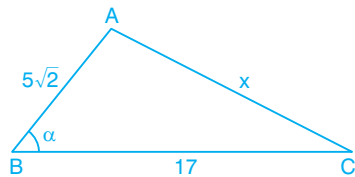
İkizkenar Dik Üçgen ($45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$)

İkizkenar dik üçgende hipotenüs, dik kenarlardan birinin $\sqrt{2}$ katıdır.

BEST BİLGİ

★★★

Örnek .. 13

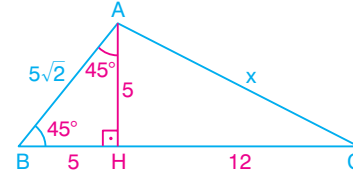


ABC bir üçgen
 $|AB| = 5\sqrt{2}$ cm
 $|BC| = 17$ cm
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$

$\alpha > 45^\circ$ olduğuna göre, $|AC| = x$ in alabileceği **en küçük** tam sayı değerini bulalım.

Çözüm

Öncelikle $\alpha = 45^\circ$ iken $|AC|$ kenarının uzunluğunu bulalım.



$[AH] \perp [BC]$ dikmesi çizilirse, ABH ikizkenar dik üçgen,

$|AH| = |BH| = 5$ cm
ve $|HC| = 12$ cm olur.

AHC dik üçgeninde, pisagor bağıntısından,

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

$$169 = x^2 \text{ ise } x = 13 \text{ cm olur.}$$

$\alpha > 45^\circ$ olduğundan, $x = |AC| > 13$ olmalıdır.

Buna göre,

x in alabileceği en küçük tam sayı değeri 14 cm olur.

Etkinlik

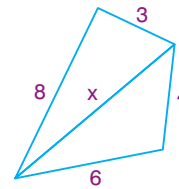
Aşağıdaki cümlelerde boşluklara uygun olan ifadeleri yazınız.

1 Kenar uzunlukları x, y, z olan bir üçgende;
..... $\leq z \leq$ dir.

2 İki kenarının uzunluğu 3 cm ve 7 cm olan bir üçgenin üçüncü kenarının alabileceği tam sayı değerleri;
{ } olur.

3 Bir ABC üçgeninde A açısı dar açı ve bu açığı oluşturan kenarların uzunlukları 5 cm ve 12 cm ise, A açısının karşısındaki kenarın uzunluğunun alabileceği tam sayı değerleri { } olur.

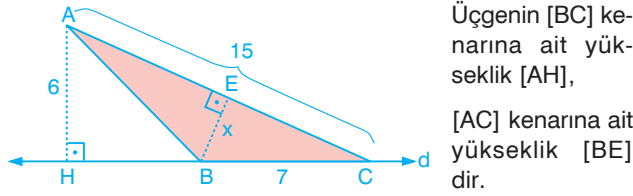
4 Şekildeki dörtgende verilene göre, x in alabileceği tam sayı değerlerinin kümesi;
..... olur.



Cevaplar: 1. $|x - y|, x + y$ 2. {5, 6, 7, 8, 9}

3. {8, 9, 10, 11, 12} 4. {6, 7, 8, 9}

Çözüm



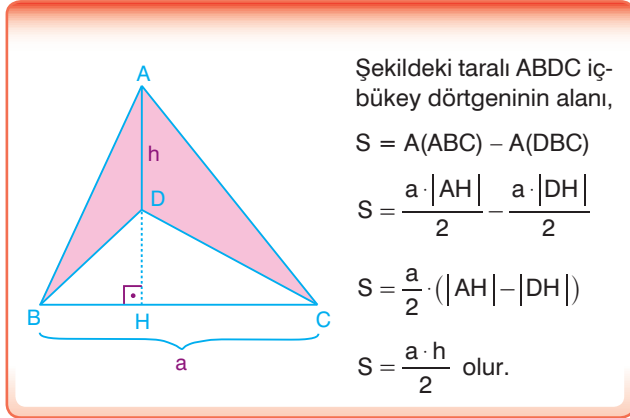
Üçgenin [BC] kenarına ait yükseklik [AH],

[AC] kenarına ait yükseklik [BE] dir.

Bu iki kenara göre üçgenin alanını yazıp eşitlersek,

$$\frac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \frac{|AC| \cdot |BE|}{2}$$

$$7 \cdot 6 = 15 \cdot x \text{ ise } x = |BE| = \frac{14}{5} \text{ cm bulunur.}$$



Şekildeki taralı ABDC içbükey dörtgeninin alanı,

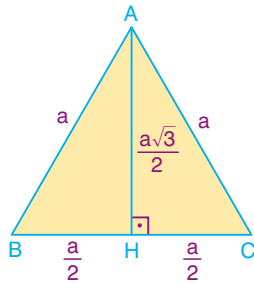
$$S = A(ABC) - A(DBC)$$

$$S = \frac{a \cdot |AH|}{2} - \frac{a \cdot |DH|}{2}$$

$$S = \frac{a}{2} \cdot (|AH| - |DH|)$$

$$S = \frac{a \cdot h}{2} \text{ olur.}$$

Eşkenar Üçgenin Alanı



Eşkenar üçgende yükseklik, eşkenar üçgeni iki tane (30°, 60°, 90°) dik üçgenine ayırır.

Bir kenarı a olan eşkenar üçgenin yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ olduğundan,

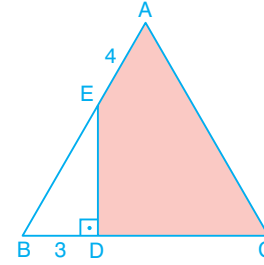
$$A(ABC) = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ olur.}$$

Örnek .. 6

Bir kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar üçgenin alanını bulalım:

$$A(ABC) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Örnek .. 7



ABC bir eşkenar üçgen

[ED] ⊥ [BC]

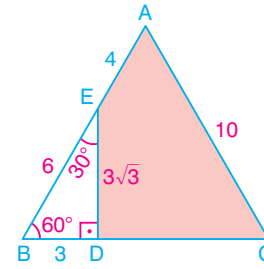
|AE| = 4 cm

|BD| = 3 cm

olduğuna göre,

taralı AEDC dörtgeninin alanını bulalım.

Çözüm



EBD (30° - 60° - 90°) dik üçgeninde,

|EB| = 6 cm

|ED| = 3√3 cm olur.

Eşkenar üçgenin bir kenarı,

6 + 4 = 10 cm olur.

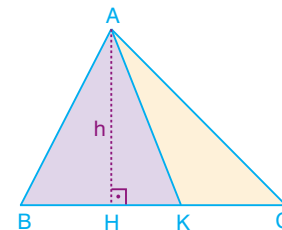
$$A(AEDC) = A(ABC) - A(EBD)$$

$$A(AEDC) = \frac{10^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}$$

$$A(AEDC) = \frac{50\sqrt{3}}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{41\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Yükseklikleri Eşit Olan Üçgenler

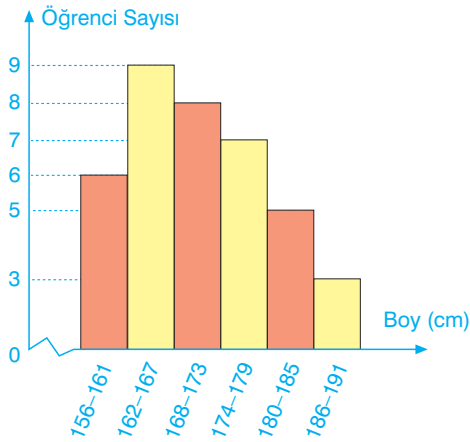
Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı tabanlarının oranına eşittir.



ABK ve AKC üçgenlerinin tabanları aynı doğru üzerinde ve tepe noktaları aynı olduğundan yükseklikleri eşittir.

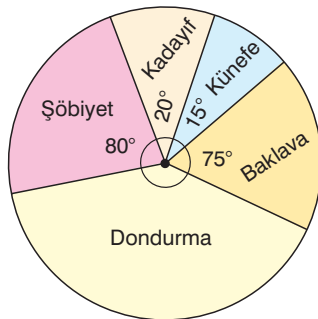
$$\frac{A(ABK)}{A(AKC)} = \frac{|BK|}{|KC|} \text{ olur.}$$

5. Aşağıdaki histogramda bir sınıftaki öğrencilerin boy uzunlukları verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

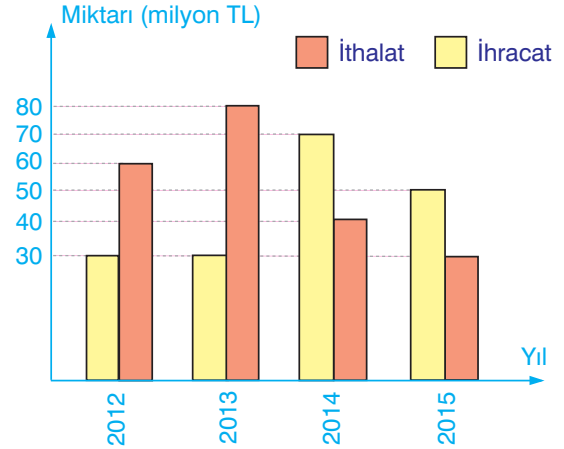
- A) Sınıftaki öğrenci sayısı 38 dir.
 B) Boyu 156-159 cm arasında olan öğrenci sayısı en fazla 6 dir.
 C) 174 cm'den kısa olan öğrenci sayısı 23 tür.
 D) Boyu 160-165 cm arasında olan öğrenci sayısı en az 1 dir.
 E) Boyu 162-170 cm arasında olan öğrenci sayısı en fazla 17 dir.
6. Bir pastanenin günlük satışından elde ettiği kazancın satılan ürünlere göre dağılımı aşağıdaki daire grafiğinde verilmiştir.



Şöbiyet satışından elde edilen kazanç, künefe satışından elde edilen kazançtan 1950 TL fazla olduğuna göre, dondurma satışından elde edilen kazanç kaç TL'dir?

- A) 4200 B) 4500 C) 4800 D) 5100 E) 5400

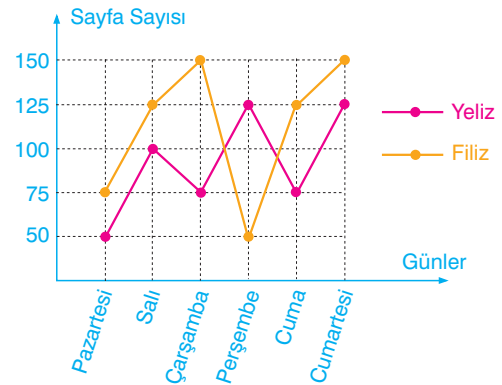
7. Aşağıdaki grafikte bir tekstil şirketinin 2012 - 2015 yıllarına ait ithalat ve ihracat için harcadığı para miktarları verilmiştir.



Şirketin bu dört yıl içinde ithalat için harcadığı toplam miktar, ihracat için harcadığı toplam miktarın kaç katıdır?

- A) $\frac{7}{6}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

8. Aşağıdaki çizgi grafiğinde; Filiz ve Yeliz adlı öğrencilerin altı günde okudukları sayfa sayıları gösterilmiştir.

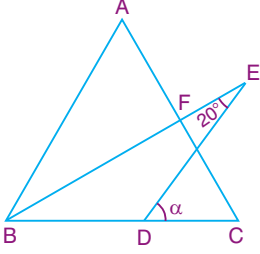


Buna göre, aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) Pazartesi günü, Filiz Yeliz'den 25 sayfa fazla okumuştur.
 B) Yeliz'in günlük okuduğu kitap sayfasının modu yalnızca 125 tir.
 C) Filiz'in günlük okuduğu kitap sayfasının modu 125 ile 150 dir.
 D) Yeliz'nin okuduğu sayfa sayılarının açıklığı 75 tir.
 E) Filiz'in okuduğu sayfa sayılarının açıklığı 100 dür.

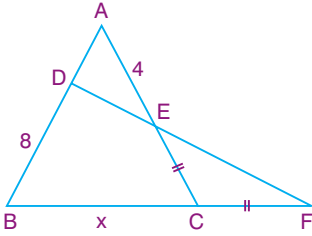
YAZILI SORULARI - 5

1.



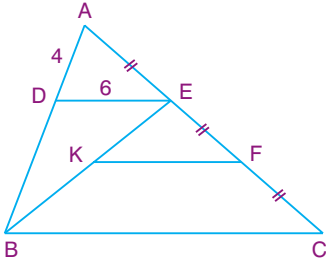
Şekilde; ABC bir eşkenar üçgen,
 $|AF| = |FC|$ ve $m(\widehat{BED}) = 20^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{EDC}) = \alpha$ açısını bulunuz.

2.



Şekilde; DBF bir üçgen, ABC eşkenar
 üçgen, $|EC| = |CF|$, $|BD| = 8$ cm ve
 $|AE| = 4$ cm olduğuna göre,
 $|BC| = x$ uzunluğunu bulunuz.

3.



Şekilde; ABC ve EBC birer üçgen,
 $[DE] \parallel [KF] \parallel [BC]$, $|AE| = |EF| = |FC|$,
 $|AD| = 4$ cm ve $|DE| = 6$ cm
 olduğuna göre,

- $|DB|$ uzunluğunu bulunuz.
- $|BC|$ uzunluğunu bulunuz.
- $|KF|$ uzunluğunu bulunuz.

4. Aşağıda verilen cümlelerdeki boşluklara, yardımcı elemanların üçgenin hangi merkezi olduğunu yazınız.

a. Bir üçgenin kenarortaylarının kesişim noktası o üçgenin

..... dir.

b. Bir üçgenin iç açıortaylarının kesişim noktası o üçgenin

..... dir.

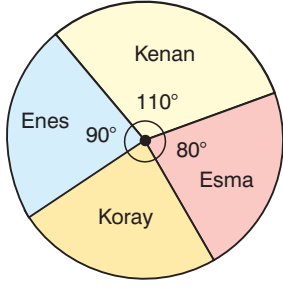
c. Bir üçgenin yüksekliklerinin kesişim noktası o üçgenin

..... dir.

d. Bir üçgenin kenar orta dikmelerinin kesişim noktası o üçgenin

..... dir.

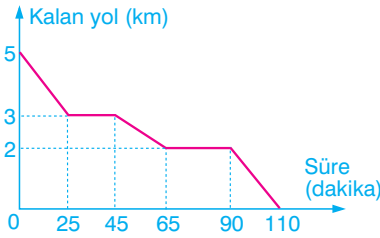
10.



Kenan, Esmâ, Koray ve Enes'in bir ayda telefonla konuşma süreleri yandaki daire grafiğinde verilmiştir. Kenan'ın telefonla konuşma süresi 440 dakikadır.

Buna göre, Enes'in bir ayda telefonla konuşma süresi, Koray'ın bir ayda telefonla konuşma süresinden kaç dakika fazladır?

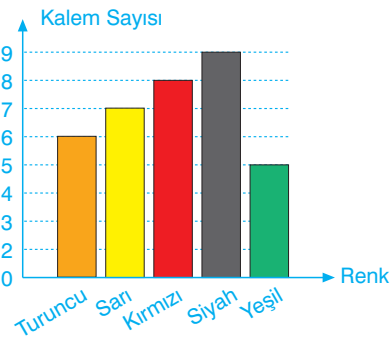
11.



Saat 18.00 de işyerinden çıkan Kerem'in; evine kalan yol ve süre grafiği yandaki gibidir. Grafikte kalan yolun değişmediği zamanlarda Kerem mola vermiştir.

Kerem mola vermeden yoluna devam etseydi, saat kaç gösterdiğinde evde olurdu?

12.



Bir kutudaki kalemlerin rengi beş farklı renkten biridir. Yandaki sütun grafiğinde kalemlerin sayısının renklerine göre dağılımı verilmiştir.

Grafiğe göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Kalemlerin yüzde kaç sarıdır?
- Kutuya en az kaç kalem daha konursa bütün renklerdeki kalem sayıları eşitlenebilir?
- Yeşil kalemlerin sayısının, bütün kalemlerin sayısına oranı kaçtır?